# الفصل العاشر: المبادلات الحرارية من نوع صفيحة وإطار


١٠,١ مقدمة

١٠,٢ صفات وميزات المبادل الحراري من نوع صفيحة وإطار

١٠,٣ حسابات الأبعاد والشكل الهندسي

١٠,٤ حسابات انتقال الحرارة وفقد الضغط

١٠,٥ أمثلة محلولة

١٠,٦ قائمة الرموز ومعانيها

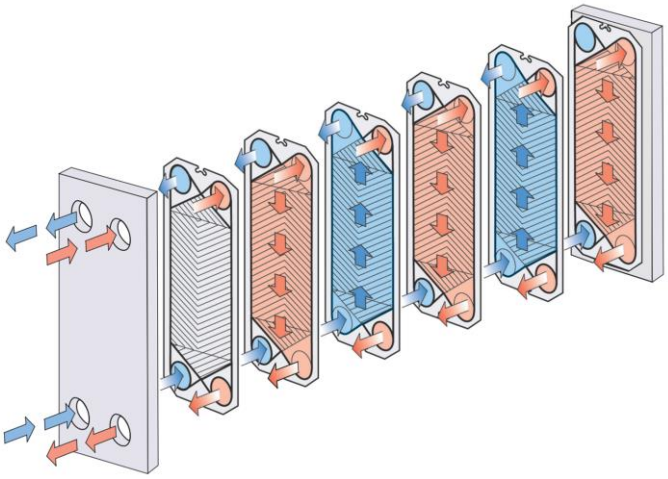
١٠,٧ قائمة المراجع

١٠,٨ مسائل

## ١٠,١ مقدمة

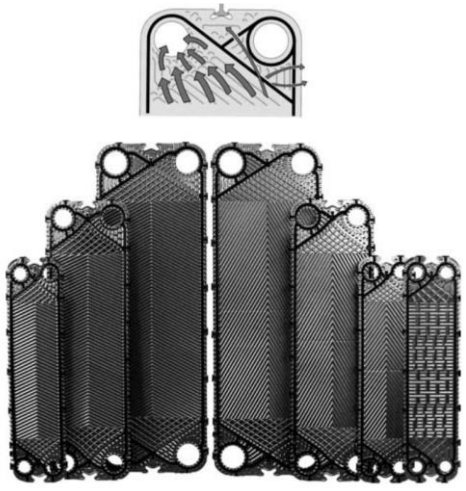
سبق الحديث في الفصل الخامس عن أنواع المبادلات الحرارية إجمالًا، ومنها هذا المبادل الحراري، حيث تعتمد فكرته على صفائح معدنية بها تعاريج على الجانبين، ويمر المائعين على جانبي الصفيحة، أحدهما بارد والآخر حار. يبين الشكل (١٠,١) مجموعة من هذه المبادلات بأحجام مختلفة [١]. تتركز فكرة عمل هذا المبادل في مجموعة من الصفائح تم ضغطها على بعضها البعض، مما كون ممرات على جانبي كل صفيحة، بحيث يمر المائع الساخن على الجانب الأول من الصفيحة وعلى الجانب الآخر يمر المائع البارد، وبذلك يتم التبادل الحراري بين المائعين. يوضح الشكل (١٠,٢) مساري المائعين في المبادل الحراري بلونين مختلفين، فالأول المائع الأحمر يمر على الصفيحة من الأعلى إلى الأسفل، والمائع الآخر على الجانب الآخر من الصفيحة باللون الأزرق يمر من الأسفل إلى الأعلى، فيصبح مساري المائعين في وضع متضاد. يوجد أربع بوابات لكل صفيحة، اثنتان لدخول وخروج المائع الحار واثنتان لدخول وخروج المائع البارد. ويتم توزيع سريان المائع في قنوات متعرجة بين صفيحتين متلاصقتين. هذه القنوات تتولد بسبب تلاصق الصفيحة بالتي على جانبيها. وتسبب قنوات سريان وتغيير اتجاه السريان في زيادة معامل انتقال الحرارة بالحمل. من أجل التحكم في سريان المائع من بوابة الدخول إلى بوابة الخروج لكل مائع يتم وضع إطار (أو طوق).

**شكل (١٠,١): مجموعة من المبادلات الحرارية من نوع صفيحة وإطار بأحجام مختلفة [١].**

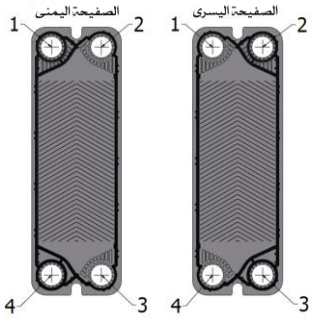


**شكل (١٠,٢): سريان المائعين الساخن والبارد في مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار [١].**

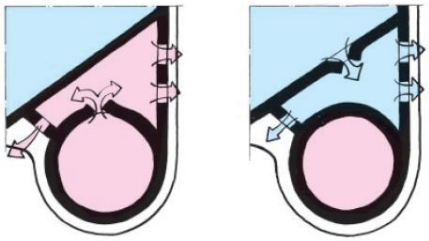
يبين الشكل (١٠,٣) مجموعة من صفائح مبادل الحراري من هذا النوع بأحجام مختلفة، وفي أعلى الشكل تم توضيح الإطار الذي يحول مسار المائع حسب التصميم. أما الشكل (١٠,٤) فيبين صفيحة كاملة وعليها الإطار. ويعمل الإطار (بعد ضغط الصفائح مع بعضها البعض) على منع تسرب المائع إلى الخارج. حتى لا يتم حصول خلط بين المائعين حال حدوث ثقب في الإطار. ويتم عمل فتحات تسمح بنفاذ أحد المائعين إلى الخارج، وبذلك فإن مشغل المبادل الحراري سيكتشف عيانا التسرب إلى خارج المبادل، ويبين الشكل (١٠,٥) هذه الفتحات.



**شكل (١٠,٣): أحجام مختلفة للصفائح للاستخدامات المختلفة [٢].**




**شكل (١٠,٤): صفيحتان وعليهما إطاران للتحكم في مسار المائعين ومنع التسرب إلى الخارج [٣]**

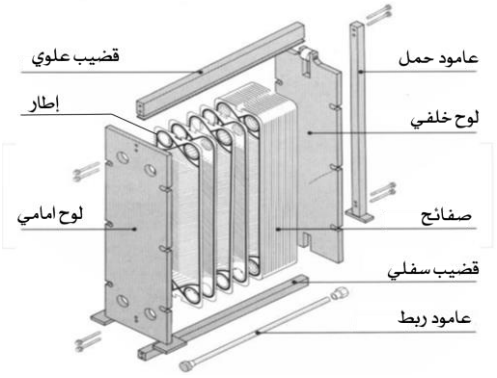


**شكل (١٠,٥): فتحات صغيرة في الإطار عند بوابة المائع تسمح بتسرب المائع إلى الخارج بدلًا من الاختلاط مع المائع الآخر [٤].**

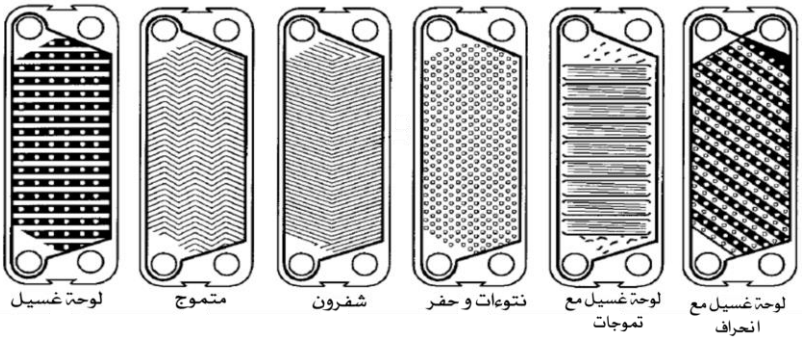
## ١٠,٢ صفات وميزات المبادل الحراري من نوع صفيحة وإطار

يبين الشكل (١٠,٦) الأجزاء الرئيسية لمبادل حراري من هذا النوع. ويتم ضغط الصفائح على بعضها البعض باستخدام اللوح الأمامي والخلفي وأعمدة الربط. لاحظ أن من ضمن ميزات هذا المبادل الحراري القدرة على زيادة مساحة انتقال الحرارة عن طريق زيادة عدد الصفائح. ويمكن فك الصفائح وتنظيفها ثم إعادتها. مع أنه تم طرح فكرة هذا المبادل الحراري منذ سنوات عدة (حوالي عام ١٩٣٠م) لكن استخدام هذا المبادل الحراري زاد زيادة كبيرة في الآونة الأخيرة. ومن ناحية المساحة الأرضية المطلوبة لهذا المبادل الحراري، فهو يحتاج إلى مساحة أقل مقارنة بالمساحة التي يحتاجها مبادل حراري من نوع غلاف وأنبوب. ومن أمثلة تطبيقات استخدام هذا المبادل الحراري: التبريد والتكييف، ومصانع العصيرات والحليب، وطرد الحرارة في السفن الكبيرة، وتبريد المناطق (district cooling)، وكثير من العمليات الصناعية. ويفضل استخدام هذا المبادل الحراري لتبادل الحرارة بين مائعين كلاهما سائل، غير أن هذا المبادل الحراري لا يستخدم لموائع عند ضغوط ودرجات حرارة عالية (أكثر من ٢٠٠ كيلو باسكال).

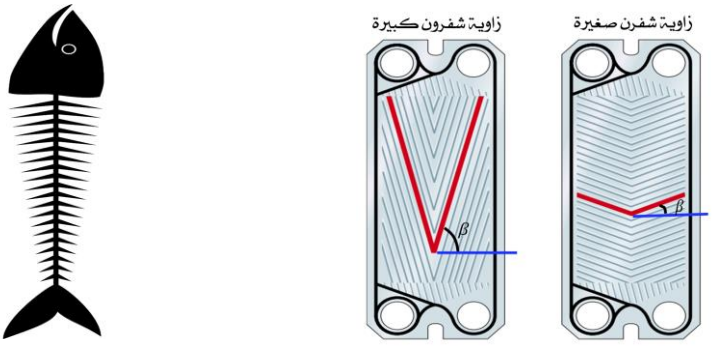
هناك أنواع مختلفة من الصفائح تستخدم في هذا النوع من المبادلات الحرارية. الشكل (١٠,٧) يبين بعضًا من أنواع الصفائح المستخدمة، وأكثر أنواع الصفائح المستخدمة هي الصفيحة من نوع شفرون، والتي يكون شكل التموجات عليها مثل هيكل عظم السمكة، انظر الشكل (١٠,٨).




**شكل (١٠,٦): الأجزاء الرئيسية لمبادل حراري صفيحة وإطار [٤].**

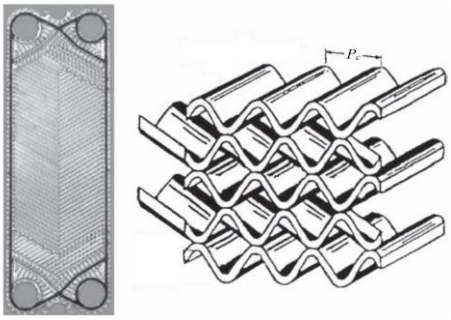



**شكل (١٠,٧): أنواع مختلفة من الصفائح المستخدمة في المبادل الحراري من نوع صفيحة وإطار [٥].**




**شكل (١٠,٨): صفيحة على شكل شفرون: أ) التموجات والتعرجات على صفيحة شفرون [٦]، ب) شكل هيكل عظم السمكة [٧].**

سيتم التركيز في هذا الفصل على المبادل الحراري المكون من صفائح تكون التموجات على سطح الصفيحة على شكل شفرون. وعندما يتم رص الصفائح، فإن الصفيحتان بجانب بعضيهما تكون التعرجات على شكل شفرون متعاكستين، كما يظهر في الشكل (١٠,٩). وبذلك تتكون مسارات متعرجة (انظر الشكل ١٠,١٠) لسريان المائع، مما يجعل السريان مضطربًا، ويزيد من فعالية انتقال الحرارة. وزاوية شفرون ($\beta$) لها تأثير أساسي على مسارات المائع بين الصفيحتين. ويبين الشكل (١٠,١١) مسارات المائع عند استخدام صفيحة على شكل شفرون بقيم مختلفة.

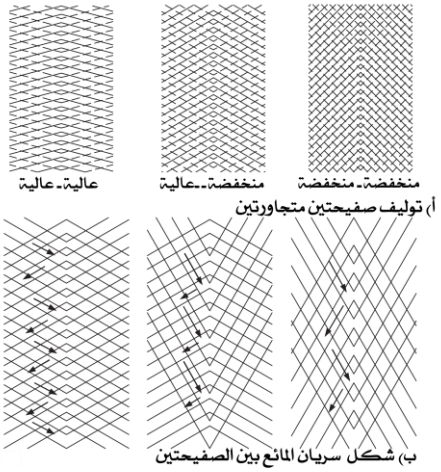



**شكل (١٠,٩): تكون المسارات المتعرجة عند التصاق صفيحتين من نوع شفرون عكس بعضهما البعض [٥].**

**شكل (١٠,١٠): مسارات متعرجة مع دوامات للمائع بين الصفيحتين [٤].**

هناك أربع أنواع من المبادلات الحرارية ذوات الصفيحة والإطار، كما يلي:

أ) مبادل حراري صفيحة وإطار (gasket plate heat exchanger). وهو الأكثر شهرة، ويتكون من صفائح متعددة بين كل صفيحة والأخرى الإطار الذي يمنع تسرب المائعين من واحد للآخر. ويمكن التحكم في سعة هذا المبادل الحراري عن طريق زيادة عدد الصفائح أو تقليص عددها، كما يمكن فك كل الصفائح وتنظيفها ميكانيكيا ثم إعادتها، الأشكال (١٠,١) – (١٠,٤) هي من هذا النوع.




**شكل (١٠,١١): مسارات سريان المائع على الصفيحة لزوايا شفرون مختلفة [٨].**

ب) مبادل حراري صفيحة ملحوم بالنحاس (brazed plate heat exchanger). لا توجد إطارات في هذا المبادل الحراري، ويتم لحام الصفائح مع بعضها البعض باستخدام النحاس أو النيكل أو أحد السبائك المناسبة في اللحام. ولا يمكن في هذا المبادل الحراري تنظيف أسطح المبادل الحراري ميكانيكيا. إذا أريد زيادة سعة المبادل الحراري، فيتم عن طريق إضافة مبادل حراري آخر، ربما من نفس النوع. ويتميز هذا النوع من المبادلات الحرارية بصغر حجمه، ويستخدم في بعض التطبيقات، مثل التبريد. يوضح الشكل (١٠,١٢) أحجامًا لهذا النوع من المبادلات الحرارية.

جـ) مبادل حراري صفيحة ملحوم (welded plate heat exchanger). أيضًا في هذا المبادل الحراري لا يتم استخدام الإطارات، وإنما يتم لحام الصفائح مع بعضها البعض. وتنظيف الصفائح ميكانيكيًا غير ممكن.

د) مبادل حراري بصفائح ونصف ملحوم (semi-welded plate heat exchanger). في هذا المبادل الحراري يتم لحام كل صفيحتين مع بعضها البعض، ثم يتم رص جميع الصفائح (المزدوجة) باستخدام إطارات. وهذا يعني أنه يمكن فك وتنظيف أحد جهات سريان أحد المائعين، بينما لا يمكن عمل ذلك بالنسبة للمسار الثاني. ففي الجهة التي فيها الإطارات يمكن التنظيف. وهذا يعني أنه يمكن وضع المائع الذي يتسبب في ترسبات أو إحداث طبقة من القشور في الجهة التي يمكن فكها وتنظيفها.

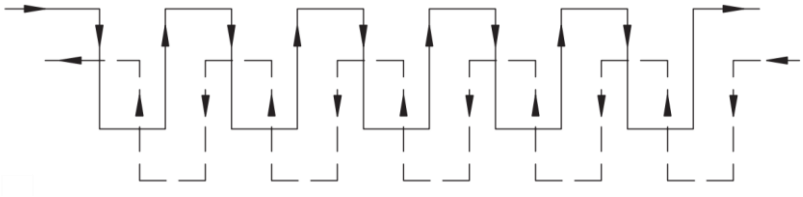
**شكل (١٠,١٢): أحجام مختلفة لمبادل حراري ملحوم (نحاس) ذي صفائح [٨].**

في الصفيحة من نوع لوح غسيل، يكون تغير اتجاه مسار المائع هو المسبب في اضطراب السريان وزيادة فعالية انتقال الحرارة. أما بالنسبة لصفيحة من نوع شفرون، فإن الدوامات هي التي تتسبب في فعالية انتقال الحرارة.

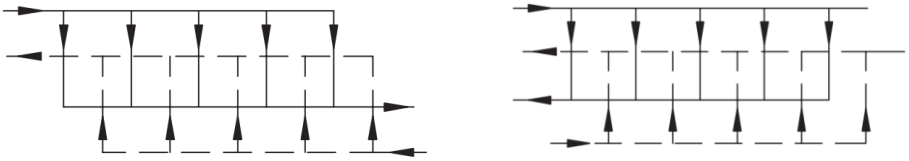
**– المسارات المختلفة للمائعين في المبادل الحراري**

يتم انتقال الحرارة بين المائعين في هذا النوع من المبالات الحرارية، من المائع الساخن إلى المائع البارد، خلال الصفيحة. ويمكن تنظيم مسارات المائعين داخل المبادل الحراري بعدة طرق. فمثلا في المسار التسلسلي (series arrangement) فإن المائع يمر على الصفيحة الأولى في اتجاه واحد (مثلا من الأسفل إلى الأعلى) ثم يمر على الصفيحة المجاورة من الأعلى إلى الأسفل، وهكذا دواليك، كما يوضح الشكل (١٠,١٣)، وذلك لكل الصفائح. ويسمى كل تغيير في اتجاه السريان بمسار، فمثلا عدد المسارات (number of passes) في شكل (١٠,١٣) هو ١٠ مسارات لكل مائع. أما إذا مر المائع في عدة صفائح من جهة إلى الأخرى (مثلا من الأعلى إلى الأسفل) فيسمى هذا التنظيم متوازٍ (parallel arrangement) في مسار واحد (single pass)، انظر الشكل (١٠,١٤). في الشكل (١٠,١٤) عدد المسارات هو واحد لكلا الحالتين في الشكلين (١٠,١٤أ) و (١٠,١٤ب). والحالة (١٠,١٤أ) تمسى بالتنظيم U، حيث إن دخول وخروج المائعين من جهة واحدة من المبادل الحراري. بينما في التنظيم (١٠,١٤ب) فإن المائع يدخل من جهة ويخرج من الجهة الأخرى، وهو على شكل حرف Z. ولسهولة الصيانة من جانب واحد وعدم التأثير على المعدات من الجهة الأخرى، فإن التنظيم على شكل U أسهل لعمليات الصيانة والتشغيل. ويمكن تنظيم المسارات كي يكون لأحد المائعين مسار واحد (single pass) والمائع الآخر له أكثر من مسار. يبين الشكل (١٠,١٥) حالة مسارين للمائع الأول ومسارين للمائع الثاني. بينما يوضح الشكل (١٠,١٦) حالة مسارين في جهة ومسار واحد من الجهة

الأخرى، ويلاحظ في هذا التنظيم أنه في نصف المبادل الحراري، يكون اتجاه المائعين متضادان، وفي النصف الثاني يكون اتجاه المائعين بشكل متوازٍ. أما الشكل (١٠,١٧) فهو لحالة ثلاثة مسارات في جهة ومسار واحد في الجانب الآخر.

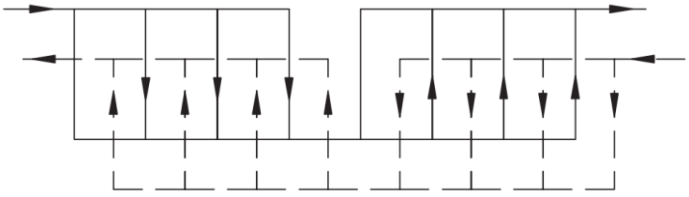


**شكل (١٠,١٣): تنظيم سريان المائعين بشكل متسلسل (series arrangement) [٨].**

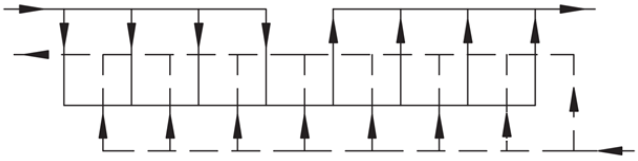


**أ) تنظيم متوازي حلقي على شكل U** **ب) تنظيم متوازي حلقي على شكل Z**

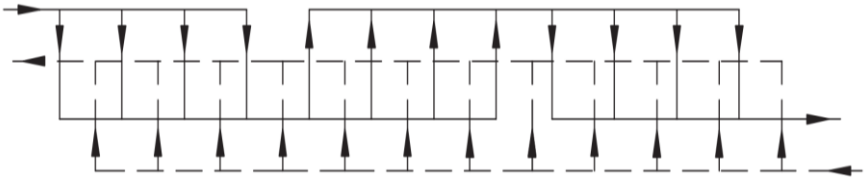
**شكل (١٠,١٤): تنظيم ذو مسار واحد على شكل حلقي (loop) [٨].**



**شكل (١٠,١٥): تنظيم ذو مسارين في كل اتجاه [٨].**



**شكل (١٠,١٦): سريان ذو مسارين في جهة ومسار واحد في الجهة الأخرى [٨].**



**شكل (١٠,١٧): تنظيم ذو ثلاثة مسارات في جهة ومسار واحد في الجهة الأخرى [٨].**

### ١٠,٣ حسابات الأبعاد والشكل الهندسي

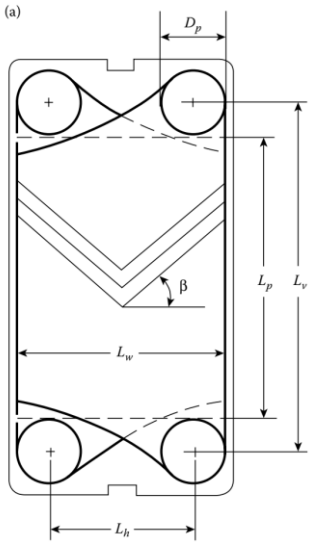
يوضح الشكل (١٠,١٨) الأبعاد الهندسية الرئيسية لصفيحة من صفائح المبادل الحراري من هذا النوع من المبادلات الحرارية. حيث يشير الرمز $\beta$ إلى زاوية شفرون، وبوابة دخول وخروج المائع لها قطر $D_p$، كما يبين الشكل؛ بينما البعدين الأساسيين من منتصف فتحتي البوابة، سواء في الاتجاه الأفقي أو الاتجاه الرأسي هما $L_h$، و$L_v$ على التوالي. لاحظ أيضًا أن البعدين الرئيسين اللذين يحددان مساحة سطح الصفيحة هما $L_w$ و$L_p$ ويمكن إيجادهما باستخدام

$$L_w = L_h + D_p \tag{10.1}$$

$$L_p = L_v - D_p \tag{10.2}$$

وبمعرفة هذين البعدين يتم إيجاد مساحة انتقال الحرارة الساقطة لكل صفيحة

$$A_{1p} = L_p * L_w \tag{10.3}$$




**شكل (١٠,١٨): الأبعاد الهندسية الأساسية على إحدى صفائح المبادل الحراري [٢].**

لكن يجب الإشارة (وبسب التعرجات الموجودة على سطح الصفيحة) إلى أن المساحة الفعلية للصفيحة أكثر من المساحة الساقطة. ويمكن التعبير عن ذلك باستخدام المتغير $\varphi$ (أو ما يسمى بمعامل التكبير) الذي هو عبارة عن نسبة مساحة السطح الفعلية إلى مساحة السطح الساقطة، أي

$$\phi = \frac{A_1}{A_{1p}} \tag{10.4}$$

حيث $A_1$ هي مساحة انتقال الحرارة الفعلية لصفيحة واحدة. الشكل (١٠,١٩) يبين شكليًا الفرق بين المساحتين الفعلية والساقطة

**شكل (١٠,١٩): الطول الساقط والطول الفعلي على صفيحة مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار [٢].**

من الأبعاد الهندسية المهمة في تحليل انتقال الحرارة في هذا النوع من المبادل الحراري، هو نصف عرض القناة التي يمر بها المائع $(b)$. وعند تلاصق الصفحتين المجاورتين، فإنه وبسبب التعرجات أو التموجات الموجودة على الصفيحة، تتكون مجاري أو مساقات متعرجة لسريان المائع، وهي التي تسبب فعالية انتقال الحرارة على سطح الصفيحة. يوضح الشكل (١٠,٢٠) مقطعًا لسريان المائع في هذه القنوات، حيث المسافة $b$ هي نصف ارتفاع القناة، ويمكن إيجادها عن طريق البعد $p$ وسمك الصفيحة $t$

$$b = p - t \tag{10.5}$$

لاحظ في الشكل (١٠,٢٠) أن البعد $P_c$ أو ما يسمى مسافة التباعد بين مركزي قناتي متجاورتين، وفي بعض الأحيان يطلق عليه طول الموجة. بالتقريب فإن مساحة التدفق للسريان بين صفيحتين لمسار واحد هي

$$A_{ch} = b * L_w \tag{10.6}$$

كالمعتاد، فإنه يمكن إيجاد القطر المكافئ باستخدام

$$D_h = \frac{4A_{ch}}{P_w} \tag{10.7}$$

حيث $P_w$ هو المحيط المبتل، ويمكن التعبير عنه

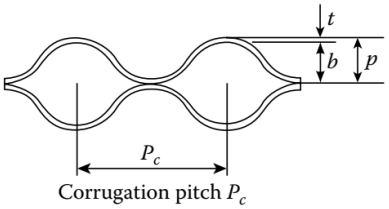
$$P_w = 2(b + \phi L_w) \tag{10.8}$$

ولذلك يصبح القطر الهيدروليكي هو

$$D_h = \frac{2b}{\phi} \tag{10.9}$$

يلاحظ في بعض الكتب كتابة القطر المكافئ كما يلي

$$D_e = 2b \tag{10.10}$$




**شكل (١٠,٢٠): الأبعاد الأساسية لقناة سريان لمائع يجري فوق صفيحة لمبادل حراري من نوع صفيحة وإطار [٢].**

تعرف نسبة عرض قناة المائع إلى المسافة المركزية بين قناتين متجاورتين بـ $\gamma$ وتساوي

$$\gamma = \frac{2b}{P_c} \tag{10.11}$$

يبين الجدول (١٠,١) بعض قيم المتغيرات لمبادل حراري من نوع صفيحة وإطار.

**جدول (١٠,١): قيم لبعض متغيرات مبادل حراري من نوع صفيحة وغلاف [٢، ٩، ١٠].**

| م | المتغير | حدود القيمة |
|---|---|---|
| ١ | حجم مبادل كبير من هذا النوع من المبادلات الحرارية | ١٥٤٠ م$^{٢}$ |
| ٢ | عدد الصفائح | إلى ٧٠٠ صفيحة |
| ٣ | قطر بوابة دخول وخروج المائع، $D_p$ | إلى ٣٩ سم |
| ٤ | سمك الصفيحة، $t$ | ٠,٥ إلى ١,٢ مم |
| ٥ | مساحة الصفيحة | ٠,٠٣ إلى ٢,٢ م$^{٢}$ |
| ٦ | المسافة بين الصفيحة والمجاورة لها، $p$ | ١,٥ إلى ٥ مم |
| ٧ | عدد نقاط التقاء الصفيحتين المتجاورتين | كل ١,٥ إلى ٢٠ سم$^{٢}$ |
| ٨ | الضغط التشغيلي | ٠,١ إلى ١,٥ ميجا باسكال |
| ٩ | درجات الحرارة التشغيلية (إطار مطاطي)<br>إطار من اسبستوس فايبر مضغوط | −٢٥ إلى ١٥٠ م$^{o}$<br>−٤٠ إلى ٢٦٠ م$^{o}$ |
| ١٠ | سرعة المائع في فتحة البوابة | إلى ٥ م/ث |
| ١١ | معدل التدفق في القناة | ٠.٠٥ إلى ١٢,٥ م$^{٣}$/ساعة |
| ١٢ | أقصى معدل التدفق | ٢٥٠٠ م$^{٣}$/ساعة |
| ١٣ | تقارب درجات الحرارة بين دخول المائع الساخن وخروج المائع البارد | إلى درجة واحدة |
| ١٤ | استعادة الطاقة الحرارية | إلى ٩٠٪ |
| ١٥ | معامل انتقال الحرارة (ماء−ماء) | ٣٠٠٠ إلى ٧٠٠٠ وات/م$^{٢}$.م$^{o}$ |
| ١٦ | عدد وحدات النقل (NTU) | ٠,٤ إلى ٤ |
| ١٧ | أفضل انخفاض في الضغط مقابل وحدات النقل | ٣٠ كيلو باسكال/عدد وحدات النقل |

### ١٠,٤ حسابات انتقال الحرارة وفقد الضغط

يتم إيجاد رقم نوسلت باستخدام [٢]

$$Nu = \frac{hD_h}{k} = C_n Re^n Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.17} \quad (10.12)$$

حيث $C_n$ و $n$ هما متغيران يعتمدان على رقم رينولدز والزاوية $\beta$، انظر الجدول (١٠,٢)، $\mu_b$ هي اللزوجة عند درجات حرارة المائع المتوسطة، و$\mu_w$ هي لزوجة المائع عند درجة حرارة الحائط. ويتم إيجاد رقم رينولدز باستخدام معدل فيض الكتلة في القناة $G_c$ والقطر المكافئ كما يلي

$$Re = \frac{G_c D_h}{\mu} \quad (10.13)$$

ومعدل فيض الكتلة هو عبارة عن معدل التدفق مقسوم على مساحة السريان وعدد قنوات السريان لكل مسار، أي

$$G_c = \frac{\dot{m}}{N_{cp}(b*L_w)} \quad (10.14)$$

حيث $N_{cp}$ هو عدد القنوات التي يسير فيها المائع لكل مسار

$$N_{cp} = \frac{N_t - 1}{2N_p} \quad (10.15)$$

حيث $N_t$ هو عدد الصفائح الكلي بما فيهم الصفحتان في مقدمة ونهاية المبادل الحرارية. أما عدد الصفائح المؤثر فهو $N_e$ ويساوي

$$N_e = N_t - 2 \quad (10.16)$$

مساحة انتقال الحرارة الساقطة يمكن حسابها باستخدام

$$A_{1p} = L_w * b \quad (10.17)$$

وباستخدام المعادلة (10.4) يمكن إيجاد مساحة انتقال الحرارة الفعلية. عندما يكون عرض المبادل الحراري الذي تم عنده ضغط الصفائح على بعضها البعض $L_c$ فإنه يمكن إيجاد المسافة $p$ إذا كان عدد الصفائح الكلي هو $N_t$ [٢].

$$p = \frac{L_c}{N_t} \quad (10.18)$$

ومنها يمكن إيجاد نصف عرض القناة

$$b = p - t \quad (10.19)$$

يتكون فقد الضغط لأي من المائعين في المبادل الحراري من فقد الضغط بسبب سريان المائع في القنوات ويرمز له بالرمز $\Delta P_c$ إضافة لفقد الضغط بسبب المرور من البوابات، ويرمز له $\Delta p_p$

$$\Delta P_t = \Delta P_c + \Delta P_p \quad (10.20)$$

يتم حساب فقد الضغط بسبب مرور المائع في القنوات كالآتي [٢]

$$\Delta P_c = 4f \frac{L_{eff} N_p}{D_h} \frac{G_c^2}{2\rho} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{-0.17} \quad (10.21)$$

حيث $N_p$ هو عدد المسارات، ويمكن اعتبار الطول المؤثر $L_{eff}$ تقريبا بانه الطول الرأسي $L_v$، أي

$$L_{eff} = L_v \quad (10.22)$$

أما $f$ فهو معامل الاحتكاك ويمكن إيجاده باستخدام

$$f = \frac{Re}{K_p^m} \quad (10.23)$$

حيث $K_p$ و$m$ يتم إيجادهما من الجدول (١٠,٢) بناءً على قيمة زاوية شفرون وقيمة رقم رينولدز. وفقد الضغط في البوابات يعطى بـ [٢]

$$\Delta P_p = 1.4\, N_p \frac{G_p^2}{2\rho} \quad (10.24)$$

حيث يتم حساب معدل فيض الكتلة في البوابة باستخدام

$$G_p = \frac{\dot{m}}{\pi D_p^2/4} \quad (10.25)$$

معامل انتقال الحرارة الكلي الناتج عن ثلاث مقاومات حرارية هو

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{t}{k_p} + \frac{1}{h_2} \quad (10.26)$$

حيث $h_1$ و$h_2$ هما معاملا انتقال الحرارة للمائعين الأول والثاني. أما الحد الثاني فيمثل المقاومة الحرارية في مادة الصفيحة بالتوصيل.

**جدول (١٠,٢): قيم المتغيرات $C_h$، $n$، $K_p$، و$m$ في المعادلة (١٠,١٢) والمعادلة (١٠,٢٣) لحساب معامل انتقال الحرارة وفقد الضغط [٢].**

| زاوية شفرون | معاملات انتقال الحرارة | | | معاملات فقد الضغط | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| β | Re | $C_n$ | $n$ | Re | $K_p$ | $m$ |
| ≤30 | ≤10 | 0.718 | 0.349 | <10 | 50.0 | 1.0 |
| | >10 | 0.348 | 0.663 | 10-100 | 19.40 | 0.589 |
| | | | | >100 | 2.90 | 0.183 |
| 45 | <10 | 0.718 | 0.349 | <15 | 47.0 | 1.0 |
| | 10-100 | 0.400 | 0.598 | 15-300 | 18.29 | 0.652 |
| | >100 | 0.30 | 0.663 | >300 | 1.441 | 0.206 |
| 50 | <20 | 0.630 | 0.333 | <20 | 34.0 | 1.0 |
| | 20-300 | 0.291 | 0.591 | 20-300 | 11.25 | 0.631 |
| | >300 | 0.130 | 0732 | >300 | 0.772 | 0.161 |
| 60 | <20 | 0.562 | 0.326 | 40 | 24.0 | 1.0 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20-400 | 0.306 | 0.529 | 40-400 | 3.240 | 0.457 |
| | >400 | 0.108 | 0.703 | >400 | 0.760 | 0.215 |
| ≥65 | <20 | 0.562 | 0.326 | <50 | 24.0 | 1.0 |
| | 20-500 | 0.331 | 0.503 | 50-500 | 2.80 | 0.451 |
| | >500 | 0.087 | 0.718 | >500 | 0.639 | 0.213 |

المراجع [٢، ١١، ١٢] تحتوي على معادلات مختلفة لإيجاد معامل انتقال الحرارة وفقد الضغط لمبادل حراري من نوع صفيحة وإطار، كما تحتوي على أمثلة محلولة لهذا النوع من المبادلات الحرارية.

## ١٠,٥ أمثلة محلولة

### مثال (١): أداء مبادل حراري ذي مسار واحد في كل اتجاه

يتم تبادل حراري بين ماء ساخن يدخل مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار بمعدل تدفق ١٠ كجم/ث ودرجة حرارة ٩٠°م. وفي الجهة الأخرى يجري ماء بتدفق ٧ كجم/ث ودرجة حرارة عند الدخول تساوي ٣٠°م. افترض أن المبادل الحراري ذا مسار واحد لكلا المائعين، وأن معامل الالتساخ الكلي $R''_{ft}$ للمبادل الحراري يساوي ٠,٠٠٠٠٩ م$^{٢}$.°م/وات. معلومات أخرى عن المبادل الحراري كما يلي:

| | |
|---|---|
| عرض الصفيحة $L_h$ | ٠,٥ متر |
| ارتفاع الصفيحة $L_v$ | ١,٣ متر |
| سمك الصفيحة $t$ | ٠,٦ مم |
| زاوية شفرون $\beta$ | ٤٥ درجة |
| عدد الصفائح الكلي $N_t$ | ٥٣ |
| قطر فتحة دخول وخروج المائع $D_p$ | ٢٠ سم |
| معامل التكبير $\varphi$ | ١,٢٥ |
| سمك المبادل الحراري بعد ضغط الصفائح على بعضها البعض $L_c$ | ٠,١٨٤ م |
| الموصلية الحرارية لمادة الصفيحة $k_p$ | ٢٠ وات/م.°م |

احسب معامل انتقال الحرارة لكلا المائعين، ثم احسب معامل انتقال الحرارة الكلي للمبادل الحراري. احسب معدل انتقال الحرارة، وكذلك درجتي حرارة الخروج للمائعين، ثم احسب مقدار فقد الضغط لكل مسار.

**الحل**

لإيجاد خواص الماء عند درجة حرارة متوسطة للمائع الساخن والماء البارد يمكن فرض درجة حرارة خروج مناسبة لكلا المائعين، أو فرض قيمة متوسطة معقولة بين ٩٠ و٣٠ لدرجة حرارة المائعين. هذه الفرضية تستخدم فقط لإيجاد الخواص المختلفة للمائعين مثل الموصلية الحرارية واللزوجة والحرارة النوعية وغيرها ولا تستخدم في حسابات معدل انتقال الحرارة أو حسابات متوسط فرق درجات الحرارة اللوغاريتمي.

ممكن أيضا إيجاد درجة حرارة معقولة لخروج المائعين عن طريق فرض فعالية معقولة للمبادل الحراري وقيمتين معقولتين للحرارة النوعية لكلا المائعين. فمثلا لو تم فرض أن فعالية المبادل الحراري تساوي ٠.٦ (٦٠٪) وأن الحرارة النوعية للماء تقريبا عند درجة حرارة حوالي ٦٠ °م هي ٤,١٨٦ كجول/كجم.كلفن أو تقريبا ٤,٢ كجول/كجم.كلفن

يمكن حساب معدل الحرارة النوعية لكلا المائعين

$$C_c = \dot{m}_c C_{pc} = 7 * 4.2 = 29.4 \text{ kW/K}$$
$$C_h = \dot{m}_h C_{ph} = 10 * 4.2 = 42 \text{ kW/K}$$
$$C_{min} = C_c = 29.4 \ kW/K \quad C_{max} = C_h = 42 \text{ kW/K} \quad C_r = 0.7$$

فإن أقصى معدل حرارة ممكنة لهذا المبادل الحراري هي

$$q_{max} = C_{min} * \Delta T_{max} = 29.4 * (90 - 30) = 1764 \text{ kW}$$

وبفرض أن فعالية المبادل تساوي ٦٠٪

$$q = \epsilon q_{max} = 0.6 * 1764 = 1058.4 \text{ kW}$$

نحصل على فرق درجات الحرارة للمائع البارد هي

$$q = 1058.4 = C_c * (T_{co} - T_{ci})$$

أي أن درجة حرارة خروج المائع البارد هي

$$T_{co} = 30 + 36 = 66 \text{ ℃}$$

وبما أن كمية الحرارة المنتقلة من المائع الساخن إلى المائع البارد متساوية فإن فرق درجات الحرارة للمائع الساخن هي

$$q = 1058.4 = C_h * (T_{hi} - T_{ho})$$

ومنها نحصل على درجة حرارة المائع الساخن الخارجة

$$T_{ho} = 64.8\ \text{K}$$

الآن يمكن حساب متوسط درجة حرارة المائع البارد والساخن كما يلي

$$T_{ca} = \frac{(T_{ci} + T_{co})}{2} = \frac{30 + 66}{2} = 48\ ℃$$
$$T_{ha} = \frac{(T_{hi} + T_{ho})}{2} = \frac{(90 + 64.8)}{2} = 77.4\ ℃$$

ومنها باستخدام جداول خواص الماء نحصل على الخواص الآتية للماء البارد والساخن كما يلي:

خواص الماء البارد عند درجة حرارة متوسطة ٤٨ °م

| $\rho_c$ | $C_{pc}$ | $k_c$ | $\mu_c$ | $\text{Pr}_c$ |
|---|---|---|---|---|
| كجم/م$^3$ | كجول/كجم. °م | وات/م °م | باسكال-ث | [ ] |
| 988.9 | 4.182 | 0.628 | $5.659*10^{-4}$ | 3.768 |

خواص الماء الساخن عند متوسط درجة حرارة ٧٧,٤ °م

| $\rho_h$ | $C_{ph}$ | $k_h$ | $\mu_h$ | $\text{Pr}_h$ |
|---|---|---|---|---|
| كجم/م$^3$ | كجول/كجم. °م | وات/م °م | باسكال-ث | [ ] |
| 973.4 | 4.192 | 0.6546 | $3.663*10^{-4}$ | 2.346 |

يلاحظ أن عدد الصفائح الكلي بما فيه الصفيحتين في طرفي المبادل الحراري هو ٥٣. ولذلك فإن عدد الصفائح المؤثر $N_e$ هو ٥١. بما أن طول أو سمك المبادل الحراري بعد الضغط هو ٠,١٨٤ متر وأن عدد الصفائح الكلي هو ٥٣ يمكن حساب البعد بين صفيحتين متجاورتين كالتالي

$$p = \frac{L_c}{N_t} = \frac{0.184}{53} = 3.472 * 10^{-3}\ \text{m}$$

وبما أن سمك الصفيحة معطى بـ ٠,٦ مم، فإن عرض القناة التي يمر بها المائع $b$ يمكن إيجاده باستخدام

$$b = p - t = 3.472 * 10^{-3} - 0.6 * 10^{-3} = 2.872 * 10^{-3}\ \text{m}$$

وكذلك يمكن حساب القطر المكافئ $D_h$ كما يلي

$$D_h = \frac{2b}{\phi} = 4.5952 * 10^{-3}$$

يمكن أيضا إيجاد عرض الصفيحة $L_w$

$$L_w = L_h + D_p = 0.5 + 0.2 = 0.7 \text{ m}$$

وطول الصفيحة المؤثر $L_p$

$$L_p = L_v - D_p = 1.3 - 0.2 = 1.1 \text{ m}$$

والمساحة الساقطة للصفيحة هي

$$A_{1p} = L_w * L_p = 0.7 * 1.1 = 0.77 \text{ m}^2$$

وباستخدام المعادلة الآتية يمكن إيجاد مساحة انتقال الحرارة الفعلية

$$A_1 = \phi\, A_{1p} = 1.25 * 0.77 = 0.9625 \text{ m}^2$$

كما أن عدد الصفائح المؤثر $N_e$ يحسب كما يلي

$$N_e = N_t - 2 = 53 - 2 = 51$$

ولذلك فإن المساحة الكلية لانتقال الحرارة لهذا المبادل الحراري هي

$$A_t = N_e\, A_1 = 51 * 0.9625 = 49.09 \text{ m}^2$$

بما أن السريان المفروض لهذا المبادل الحراري هو واحد أي أن تنظيم السريان أما على شكل $Z$ أو شكل $U$ كما سبق الحديث عنه (انظر الشكل ١٠,١٤).

لحساب عدد القنوات لكل مائع نستخدم

$$N_{cp} = \frac{N_t - 1}{2N_p} = \frac{53 - 1}{2 * 1} = 26$$

كمية التدفق في كل قناة

$$\dot{m}_{ch,c} = \frac{7}{26} = 0.269 \text{ kg/s}$$
$$\dot{m}_{ch,h} = \frac{10}{26} = 0.385 \text{ kg/s}$$

مساحة سريان المائع بين الصفائح

$$A_{ch,c} = A_{ch,h} = L_w\, b = 0.7 * 2.872 * 10^{-3} = 2.01 * 10^{-3} \text{ m}^2$$

وفيض التدفق لكل قناة

$$G_{ch,c} = \frac{\dot{m}_{ch,c}}{A_{ch}, c} = \frac{0.269}{2.01 * 10^{-3}} = 133.9 \text{ kg/m}^2.\text{s}$$
$$G_{ch,h} = \frac{\dot{m}_{ch,h}}{A_{ch,h}} = \frac{0.385}{2.01 * 10^{-3}} = 191.3 \text{ kg/m}^2.\text{s}$$

ثم يتم حساب رقم رينولدز للمائعين

$$Re_c = \frac{G_{ch,c} D_h}{\mu_c} = \frac{133.9 * 0.0045952}{5.659 * 10^{-4}} = 1087$$
$$Re_h = \frac{G_{ch,h} D_h}{\mu_h} = \frac{191.3 * 0.0045952}{3.663 * 10^{-4}} = 2400$$

وبالرجوع لجدول (١٠,٢) يمكن إيجاد الثوابت $C_h$ و$n$ و$K_p$ و$m$ كدالة في رقم رنولدز وزاوية شفرون، وذلك لحساب معامل انتقال الحرارة $h$ وفقد الضغط في القناة. فبالنسبة للمائع البارد نجد

| $\dot{m}_c$ | $K_{pc}$ | $n_c$ | $C_{hc}$ | $Re_c$ |
|---|---|---|---|---|
| 0.206 | 1.441 | 0.663 | 0.3 | 1131 |

حيث التذييل $c$ يعني للمائع البارد. وللمائع الساخن

| $\dot{m}_h$ | $K_{ph}$ | $n_h$ | $C_{hh}$ | $Re_h$ |
|---|---|---|---|---|
| 0.206 | 1.441 | 0.663 | 0.3 | 2496 |

يتم حساب معامل انتقال الحرارة باستخدام

$$Nu = C_h Re^n Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.17}$$

وبإهمال التصحيح نتيجة الفرق في اللزوجة عند القيمة المتوسط لدرجة الحرارة ($\mu_b$) وقيمة اللزوجة عند درجة حرارة الحائط ($\mu_w$)

$$\frac{h_c D_h}{k_c} = 0.3\ (1087^{0.663}) * \left(3.768^{1/3}\right) = 48.1$$

ومنها نحصل على معامل انتقال الحرارة للمائع البارد

$$h_c = 6574\ \mathrm{W/m^2.K}$$

ولسريان المائع الساخن

$$h_h = 9893\ \ \mathrm{W/m^2.K}$$

ويتم حساب المعامل الكلي لانتقال الحرارة

$$\frac{1}{U_f} = \frac{1}{h_c} + \frac{t}{k_p} + \frac{1}{h_h} + R_{ft}^{"} = \frac{1}{6574} + \frac{0.6 * 10^{-3}}{20} + \frac{1}{9893} + 0.00009 = 3.732 * 10^{-4}$$
$$U_f = 2680\ \mathrm{W/m^2.K}$$

حساب NTU

$$NTU = \frac{U_f A}{C_{min}} = \frac{2680 * 49.09}{29.27 * 1000} = 4.495$$

وحساب نسبة معدل الحرارة النوعية كما يلي:

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{29.3}{42} = 0.6976$$

ولمبادل حراري متضاد الاتجاه (counter flow arrangement) فإنه يمكن إيجاد فعالية المبادل الحراري باستخدام الشكل المناسب (لسريان متضاد) أو المعادلة المناسبة لإيجاد الفعالية كدالة في نسبة معدل الحرارة $C_r$ وعدد وحدات النقل NTU

$$\epsilon = 0.9052$$

أقصى كمية حرارة لهذا المبادل هي

$$q_{max} = C_{min} * (T_{hi} - T_{ci}) = 29.3(90 - 30) = 1.756 * 10^6 \text{ W}$$

ولذلك فإن كمية الحرارة المنتقلة هي

$$q = \epsilon q_{max} = 0.9052 * 1.756 * 10^6 = 1.589 * 10^6 \text{ W}$$

ومنها يمكن حساب درجة حرارة خروج المائع البارد و الساخن

$$T_{co} = T_{ci} + \frac{q}{C_1} = 84.31 \text{ ℃}$$

ودرجة حرارة خروج الماء الساخن

$$T_{ho} = T_{hi} - \frac{q}{C_2} = 52.08 \text{ ℃}$$

حساب فقد الضغط في القنوات باستخدام

$$\Delta p_c = 4f \frac{L_{eff} N_p}{D_h} \frac{G_{ch}^2}{\rho}$$

حيث عامل الاحتكاك يمكن إيجاده باستخدام

$$f = \frac{K_p}{Re^m}$$

باعتبار أن طول القناة المؤثر $L_{eff}$ هو الطول $L_v$ أي

$$L_{eff} = L_v$$

من المعلومات السابقة للمتغيرات $K_p$ و$m$ فإنه

$$f_c = \frac{1.441}{1087^{0.206}} = 0.341 \quad , f_h = \frac{1.441}{2400^{0.206}} = 0.29$$

فقد الضغط بسبب جريان المائع في القنوات

$$\Delta p_{ch,c} = 4 * 0.341 \frac{1.3 * 1}{4.595 * 10^{-3}} * \left(\frac{133.9^2}{2 * 988.9}\right) = 3503 \text{ Pa}$$

وللمائع الآخر

$$\Delta p_{ch,h} = 6171 \text{ kPa}$$

حساب الضغط بسبب سريان المائع فتحات الدخول والخروج باستخدام

$$\Delta p_p = 1.4 \, N_p \frac{G_p^2}{2\rho}$$

يتم حساب فيض التدفق في فتحات الدخول والخروج

$$G_p = \frac{\dot{m}}{A_p}$$

ومساحة فتحة دخول أو خروج المائع

$$A_p = \frac{\pi}{4} D_p^2 = 0.03142 \text{ m}^2$$

ومن ثم

$$G_{p,c} = \frac{7}{0.03142} = 222.8 \text{ kg/m}^2.\text{s} \qquad G_{p,h} = \frac{10}{0.03142} = 318.3 \text{ kg/m}^2.\text{s}$$

فقد الضغط في سريان المائع في فتحات الدخول والخروج

$$\Delta p_{p,c} = 1.4 * 1 * \left(\frac{222.8^2}{2 * 988.9}\right) = 35.14 \text{ Pa}$$

مجموع فقد الضغط للمائع الأول (البارد)

$$\Delta p_{t,c} = \Delta p_{ch,c} + \Delta p_{p,c} = 3503 + 35.14 = 3538 \text{ Pa}$$

وبنفس الطريقة يمكن حساب الفقد في الضغط للمائع الساخن (الثاني) لينتج

$$\Delta p_{p,h} = 72.86 \text{ Pa}$$
$$\Delta p_{t,h} = \Delta p_{ch,h} + \Delta p_{p,h} = 6171 + 72.86 = 6244 \text{ Pa}$$

**مثال (١٠,٢): أداء مبادل حراري ذي مسارين في كل اتجاه**

أعد حل المثال السابق بفرض تعديل تنظيم مسار المائعين في المبادل الحراري ليصح لكل مائع مسارين بدلا من مسار واحد، انظر الشكل (١٠,١٥) مع الحفاظ على بقية المتغيرات الأخرى

كما ذكرت في المثال السابق. احسب درجة حرارة خروج المائعين وفقد الضغط الكلي في كل مسار.

**الحل**

بما أن عدد الصفائح كما هو (أي ٥٣ صفيحة) و لكن لكل من المائعين مسارين بدلًا من مسار واحد، كما هو واضح في الشكل (١٠,١٥)

ولأن عدد المسارات ٢ ($N_p$=2) لذلك فإن عدد القنوات لكل مسار يصبح

$$N_{cp} = \frac{N_t - 1}{2N_p} = \frac{53 - 1}{2 * 2} = 13$$

ولذلك فإن المائع الساخن سيمر فقط في عدد ١٣ مسار بدلًا من ٢٦ قناة في حل المثال السابق. ولذلك فمن المتوقع أن تزيد سرعة ورقم رينولدز عما كانت عليه في المثال السابق. سيتم فرض أن خواص المائعين، كما هي في المثال السابق.

معدل تدفق المائع البارد والساخن في القنوات

$$\dot{m}_{ch,c} = \frac{7}{13} = 0.5385 \ \text{kg/s}$$
$$\dot{m}_{ch,h} = \frac{10}{13} = 0.7692 \ \text{kg/s}$$

والفيض لكلا المائعين

$$G_{ch,c} = \frac{\dot{m}_{ch,c}}{A_{ch}, c} = \frac{0.5385}{2.01 * 10^{-3}} = 267.9 \ \text{kg/m}^2.\text{s}$$
$$G_{ch,h} = \frac{\dot{m}_{ch,h}}{A_{ch,h}} = \frac{0.7692}{2.01 * 10^{-3}} = 382.7 \ \text{kg/m}^2.\text{s}$$

ومن ثم يتم حساب رقم رينولدز في كلا المسارين

$$Re_1 = \frac{G_{ch,c} D_h}{\mu_c} = \frac{267.9 * 0.0045952}{5.659 * 10^{-4}} = 2175$$
$$Re_2 = \frac{G_{ch,h} D_h}{\mu_h} = \frac{382.7 * 0.0045952}{3.663 * 10^{-4}} = 4800$$

وباستخدام نفس معادلة إيجاد رقم نوسلت

$$Nu = C_h Re^n Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.17}$$
$$\frac{h_c D_h}{k_c} = 0.3 \left(2175^{0.663}\right) * \left(3.768^{1/3}\right) = 76.2$$

ومنها نحصل على معامل انتقال الحرارة للمائع الأول (البارد)

$$h_c = 10414 \ \mathrm{W/m^2.K}$$

ونحصل على معامل انتقال الحرارة بالحمل للمائع البارد وكذلك للمائع البارد

$$h_h = 15664 \ \mathrm{W/m^2.K}$$

لاحظ أن المتغيرات $C_h$ ، $n$ وكذلك $K_p$ و$m$ كما هي في حل المثال السابق

ويمكن الآن حساب معامل انتقال الحرارة الكلي للمبادل الحراري

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{t}{k_p} + \frac{1}{h_h} = \frac{1}{10414} + \frac{0.6 * 10^{-3}}{20} + \frac{1}{15664} = 1.89 * 10^{-4}$$

$$U = 5267 \ \mathrm{W/m^2.K}$$

وإذا ما تم أخذ مقاومة اتساخ والمقاومة التي يتسبب فيها، فيمكن حساب معامل انتقال الحرارة الكلي مع وجود ترسبات أو مقاومة بمقدار ٠.٠٠٠٠٠٩ م$^2$ °م/وات.

$$U_f = 3573 \ \mathrm{W/m^2.K}$$

$$A_t = N_e \, A_1 = 51 * 0.9625 = 49.09 \ \mathrm{m^2}$$

$$NTU = \frac{U_f A}{C_{min}} = \frac{3573 * 49.09}{29.27 * 1000} = 5.992$$

وحساب نسبة معدل الحرارة النوعية كما يلي

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{29.3}{42} = 0.6976$$

ولمبادل حراري مضاد الاتجاه فإنه يمكن إيجاد فعالية المبادل الحراري

$$\epsilon = 0.944$$

أقصى كمية حرارة لهذا المبادل هي

$$q_{max} = C_{min} * (T_{hi} - T_{ci}) = 29.3(90 - 30) = 1.756 * 10^6 \ \mathrm{W}$$

ولذلك فإن كمية الحرارة المنتقلة هي

$$q = \epsilon q_{mx} = 0.944 * 1.756 * 10^6 = 1.658 * 10^6 \ \mathrm{W}$$

ومنها يمكن حساب درجة حرارة خروج المائع البارد والساخن

$$T_{co} = T_{ci} + \frac{q}{C_1} = 86.65 \ ℃$$

$$T_{ho} = T_{hi} - \frac{q}{C_2} = 50.44 \ ℃$$

حساب فقد الضغط في القنوات باستخدام

$$f_c = \frac{1.441}{2175^{0.206}} = 0.2959 \quad , f_c = \frac{1.441}{4800^{0.206}} = 0.2514$$

$$\Delta p_{ch,c} = 4 * 0.2959 \frac{1.3 * 2}{4.595 * 10^{-3}} * \left(\frac{267.9^2}{2 * 988.9}\right) = 24298 \text{ Pa}$$

فيض التدفق في بوابة دخول المائع البارد والساخن

$$G_{p,c} = \frac{7}{0.03142} = 222.8 \ \text{kg/m}^2.\text{s} \qquad G_{p,c} = \frac{10}{0.03142} = 318.3 \ \text{kg/m}^2.\text{s}$$

فقد الضغط في سريان المائع في فتحات الدخول والخروج

$$\Delta p_{p,c} = 1.4 * 2 * \left(\frac{222.8^2}{2 * 988.9}\right) = 70.3 \text{ Pa}$$

مجموع فقد الضغط للمائع الأول (البارد)

$$\Delta p_{t,c} = \Delta p_{ch,c} + \Delta p_{p,c} = 24298 + 70.3 = 24364 \ \text{Pa}$$

وبنفس الطريقة يمكن حساب الفقد في الضغط للمائع الساخن (الثاني) لينتج

$$\Delta p_{p,h} = 145.7 \ \text{Pa}$$
$$\Delta p_{t,h} = \Delta p_{ch,h} + \Delta p_{p,h} = 42798 + 145.7 = 42944 \text{ Pa}$$

عند مقارنة رقم رينولدز ومعاملات انتقال الحرارة ودرجات الحرارة الخارجة للمثالين في حالة مسار واحد (مثال ١٠,١) أو مسارين (مثال ١٠,٢)، فإنه من الواضح أن معاملات انتقال الحرارة للحالة الثانية (مسارين) أكبر من الحالة الأولى (مسار)، وهذا أدى إلى أن تكون درجة حرارة الخروج للماء الساخن في الحالة الثانية أقل ودرجة الحرارة للمائع البارد تكون أكثر في الحالة الثانية منها عن الحالة الأولى. للحالة الأولى كان معامل انتقال الحرارة الكلي يساوي ٢٦٨٠ وات/م$^2$ °م، مقارنة بـ ٣٥٧٣ وات/م$^2$ °م لحالة الثانية بمسارين. كما أن فقد الضغط في الحالة الثانية أكبر من الحالة الأولى.

**مثال (١٠,٣): تصميم مبادل حراري وإيجاد عدد الصفائح المطلوبة**

يراد تصميم مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار (أي إيجاد مساحة انتقال الحرارة أو عدد الصفائح)، وذلك لتبريد ماء يدخل بتدفق مقداره ١٢ كجم/ث و درجة حرارة ٩٥ °م، يقابله ماء بارد يدخل عند درجة حرارة ١٥ °م ويخرج عند درجة حرارة ٦٥ °م وتدفق ٨ كجم/ث. افترض معامل اتساخ الكي للمبادل الحراري ٠.٠٠٠٠٨٨ كلفن.م$^2$/وات. معلومات الأبعاد الهندسية كما هي موضحة في الجدول الآتي

| رقم | المتغير | القيمة |
|---|---|---|
| ١ | زاوية شفرون $\beta$ | 45º |
| ٢ | $L_h$ | 0.5 m |
| ٣ | $L_v$ | 1.2 m |
| ٤ | $D_p$ | 0.15 m |
| ٥ | $b$ | 0.006 m |
| ٦ | $t$ | 0.0006 m |
| ٧ | $\varphi$ | 1.17 |
| ٨ | $N_p$ | 1 |
| ٩ | $k_p$ | 20 W/m.K |
| ١٠ | $R''_{ft}$ | 0.000088 m$^2$.K/W |

احسب مساحة انتقال الحرارة المطلوبة لهذا النوع من المبادل الحراري. أيضًا احسب عدد الصفائح وفقد الضغط. لكل مسار.

**الحل**

يمكن حساب متوسط درجة حرارة المائع البارد

$$T_{ca} = \frac{T_{ci} + T_{co}}{2} = \frac{15 + 65}{2} = 40\ ℃$$

ومعدل الحرارة النوعية أيضا للمائع البارد

$$C_c = \dot{m}_c C_{pc} = 8 * 4.177 = 33.43\ \text{kW/ºC}$$

ومعدل انتقال الحرارة

$$q = C_c\ (T_{co} - T_{ci}\ ) = 1.6714*10^3\ \text{kW}$$

ومن ثم إيجاد خواص المائع البارد عند متوسط درجة الحرارة (٤٠ درجة)

| $\rho_c$ | $C_{pc}$ | $k_c$ | $\mu_c$ | $\text{Pr}_c$ |
|---|---|---|---|---|
| كجم/م$^3$ | كجول/كجم. ºم | وات/م ºم | باسكال-ث | [ ] |
| 991.8 | 4.1768 | 0.6319 | $6.534*10^{-4}$ | 4.317 |

بفرض قيمة معقولة لدرجة حرارة الماء الساخن الخارجة $T_{ho}$ تساوي ٦٥ ºم فقط لإيجاد قيمة مبدئية للحرارة النوعية $C_{ph}$ تساوي مثلا ٤,٢ كجول/ كجم كلفن، واستخدام

$$q = \dot{m}_h C_{ph}(T_{ho} - T_{hi})$$

نجد أن درجة حرارة المائع الساخن عند الخروج

$$T_{ho} = 61.8\ ℃$$

ثم إيجاد خواص الماء عند متوسط درجة حرارة الماء، وهي تقريبًا ٧٨ ºم

| $\rho_h$ | $C_{ph}$ | $k_h$ | $\mu_h$ | $\Pr_h$ |
|---|---|---|---|---|
| كجم/م$^3$ | كجول/كجم. $^o$م | وات/م $^o$م | باسكال-ث | [ ] |
| 972.9 | 4.1963 | 0.6690 | $3.5798*10^{-4}$ | 2.2442 |

معدل الحرارة النوعية بالنسبة للمائع الساخن

$$C_h = \dot{m}_h C_{ph} = 12.0 * 4.1963 = \ 50.356 \text{ kW/}^o\text{C}$$

ونسبة معدل الحرارة النوعية

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{C_h}{C_c} = \frac{33.43}{50.356} = 0.664$$

من معطيات المسألة يمكن حساب أقصى كمية حرارة

$$q_{max} = C_{min}(T_{hi} - T_{ci}) = 33.43 * (95 - 15) = 2.674*10^3 \text{ kW}$$

وفاعلية المبادل الحراري

$$\epsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{1.6714 * 10^3}{2.6743 * 10^3} = 0.625$$

ومنها يمكن إيجاد قيمة عدد وحدات النقل المطلوبة (Required) $NTU_r$ باستخدام المعادلة الخاصة بالمبادل الحراري من نوع متضاد الاتجاه وعند قيمة للفاعلية تساوي ٠,٦٢٥ ونسبة معدل حرارة نوعية ٠.٦٦٤ نجد

$$NTU_r = 1.3234$$

ولكن أبعاد المبادل الهندسية وقيمة معامل انتقال الحرارة الكلية يجب أن تحقق هذا الرقم، أي

$$NTU_r = NTU_a \qquad \text{(a)}$$

والآن يتم حساب $NTU_a$ الفعلي بناءً على عدد صفائح المبادل الحراري وقيم معامل انتقال الحرارة الكلي. فمثلًا يتم حساب عدد قنوات السريان لكل مسار

$$N_{ch,p} = \frac{N_t - 2}{2\ N_p} = \frac{N_t - 2}{2 * 1}$$

وحساب معدل التدفق لكل مسار للمائع البارد

$$\dot{m}_{ch,c} = \frac{\dot{m}_c}{N_{cp,p}} = \frac{8}{(N_t - 2)/(2)}$$

ومساحة مقطع القناة

$$A_{ch} = L_w\ b = 0.65 * 0.006 = 0.0039 \text{ m}^2$$

وفيض معدل التدفق لكل م$^{٢}$

$$G_{ch,c} = \frac{\dot{m}_{ch,c}}{A_{ch}} = \frac{8/((N_t - 2)/2)}{0.0039} = \frac{1025.64}{N_t - 2}$$

ثم رقم رينولدز

$$Re_c = \frac{G_{ch,c}\, D_h}{\mu_c} = \frac{1025.64 * 0.006}{(N_t - 2) * 6.534 * 10^{-4}} = \frac{9418.2}{N_t - 2}$$

يتضح الآن من الثلاث المعادلات السابقة وما يتلوها من خطوات لإيجاد معامل انتقال الحرارة الكلي $U_f$ أن كل هذه المعادلات هي دالة في عدد الصفائح $N_t$. فمثلًا عند أي قيمة لرقم لرينولدز يمكن استخدام جدول (١٠,٢) لإيجاد المتغيرات $C_h$، $n$، $K_p$ و $m$ عند زاوية شفرون تساوي ٤٥ درجة، ومن ثم يتم إيجاد معامل انتقال الحرارة، سواء بالنسبة للمائع البارد أو الحار، وكذلك يتم إيجاد معامل انتقال الحرارة الكلي $U$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{t}{k_p} + \frac{1}{h_h}$$

ومعامل انتقال الحرارة الكلي مع عامل الاتساخ $U_f$

$$\frac{1}{U_f} = \frac{1}{U} + R_f^{"}$$

والمفروض أن قيمة المتغير $NTU_r$ التي تم إيجادها في مقدمة حل المثال، وهي تساوي ١,٣٢٣٤ يجب أن تساوي مع القيمة $NTU_a$ بعد إيجاد معاملات انتقال الحرارة $h_c$ و$h_h$ و$U_f$ عندما تكون قيمة $N_t$ (عدد الصفائح) تحقق المعادلة $a$ السابقة. وهذا يعني عند تلك القيمة وبعد إيجاد قيم المتغيرات $G_{ch,c}$، $\mathrm{Re_{ch,c}}$، $h_c$، $G_{ch,h}$، $\mathrm{Re_{ch,h}}$، $h_h$ وكذلك $U_f$ فإن

$$NTU_a = \frac{U_f A_{tot}}{C_{min}} = 1.3234 \qquad \text{(b)}$$

حيث مساحة انتقال الحرارة للمبادل الحراري تساوي مساحة انتقال الحرارة لصفيحة واحدة مضروبًا في عدد الصفائح المؤثر

$$A_{tot} = N_e A_{single} = (N_t - 2) A_{single}$$

وهذا يعني أن حساب $NTU_a$ هو دالة في $N_t$ ولذلك فالمعادلة (b) هي معادلة في مجهول واحد هو عدد الصفائح، ويمكن أن يتم حل المعادلة لإيجاد عدد الصفائح لكي يحقق المعادلة. ولذلك يمكن استخدام أحد برامج الكمبيوتر مثل MATLAB أو Excel أو غيرهما لإيجاد عدد الصفائح.

تم استخدام برنامج MATLAB لعمل دالة لحساب $NTU_a$ بمجهول واحد هو $N_t$، حيث يتم استخدام معلومات المسألة وعمل الحسابات المختلفة لإيجاد معامل انتقال الحرارة للمائعين البارد والساخن وكذلك $U$ و $U_f$، ومن ثم حساب $NTU_a$. ثم تم عمل برنامج أساسي والاستعانة بالدالة الموجودة في MATLAB وهي FSOLVE لحل المعادلة b وإيجاد $N_t$ الذي يحقق هذه المعادلة. ونتج لهذ المسألة أن عدد الصفائح الذي يحقق المعادلة $a$ هو

$$N_t = 24$$

وسنفرض عدد فردي أي أن عدد الصفائح ٢٥ صفيحة حتى يتساوى عدد قنوات السريان في كلا الاتجاهين. وهذا يعني أن عدد الصفائح المؤثر هو ٢٣ صفيحة ($N_e$=23). لإيجاد فقد في الضغط في كلا المسارين يتم استخدام المعادلات المناسبة كالآتي

$$N_{ch,p} = \frac{N_t - 1}{2\,N_p} = \frac{24}{2} = 12$$

معدل تدفق المائع البارد وكذلك فيض التدفق

$$\dot{m}_{ch,c} = \frac{\dot{m}_c}{N_{ch,p}} = \frac{8}{12} = 0.667 \ \text{kg/s}$$
$$G_{ch,c} = \frac{\dot{m}_{ch,c}}{A_{ch}} = \frac{0.667}{0.0039} = 171 \ \text{kg/m}^2\text{.s}$$

لحساب القطر الهيدروليكي

$$D_h = \frac{2b}{\phi} = \frac{2*0.006}{1.17} = 1.0256 * 10^{-2} \ \text{m}$$

ثم رقم رينولدز

$$Re_c = \frac{G_{ch,c}\,D_h}{\mu_c} = \frac{171 * 1.0256 * 10^{-2}}{6.534 * 10^{-4}} = 2683$$

واستخدام العلاقة الآتية لإيجاد رقم نوسلت

$$Nu = C_h Re^n Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.17}$$

حيث من جدول (١٠,٢) نجد $C_n = 0.3$ و $n = 0.663$

$$\frac{h_c D_h}{k_c} = 0.3\ (2683^{0.663}) * \left(4.317^{1/3}\right) = 91.6$$

ومنها نحصل على معامل انتقال الحرارة للمائع الأول (البارد) والثاني

$$h_c = 5646 \ \text{W/m}^2\text{.K}$$
$$h_h = 9368 \ \text{W/m}^2\text{.K}$$

حساب معامل انتقال الحرارة الكلي للمبادل الحراري

$$\frac{1}{U}=\frac{1}{h_c}+\frac{t}{k_p}+\frac{1}{h_h}=\frac{1}{5646}+\frac{0.0006}{20}+\frac{1}{9368}=$$
$$U=3186\ \text{W/m}^2\text{.K}$$

إذا ما تم اخذ المقاومة الحرارية بسبب الترسبات لحصل على معامل انتقال الحرارة $_f$

$$\frac{1}{U_f}=\frac{1}{U}+R_{ft}^{"}=\frac{1}{3186}+0.000088$$
$$U_f=2488\ \text{W/m}^2\text{.K}$$

مساحة انتقال الحرارة لصفيحة واحدة

$$A_1=\phi A_{1p}=\phi\left(L_w*L_p\right)=1.17*(0.65*1.05)=0.7985\ \text{m}^2$$

للتأكد يمكن حساب $NTU_a$

$$NTU_a=\frac{U_f\,A_t}{C_{min}}=\frac{2488\ (23*0.7985)}{33.43*1000}=1.367$$

وهي قريبة جدًا من $NTU_r$ وخصوصًا أنه تم فرض عدد الصفائح الكلي ٢٥ بدلًا من ٢٤.

لحساب فقد الضغط نستخدم الجدول (١٠,٢) لإيجاد $K_p=1.441$ و $m=0.206$ ثم يتم حساب معامل الاحتكاك للمائعين

$$f_c=\frac{1.441}{2683^{0.206}}=0.283\ \ ,f_h=\frac{1.441}{7346^{0.206}}=0.230$$

ثم حساب فقد الضغط

$$\Delta p_{ch,c}=4*0.283\frac{1.2*1}{1.0256*10^{-2}}*\left(\frac{170.9^2}{2*991.8}\right)=1953\ \text{Pa}$$
$$\Delta p_{ch,h}=4*0.230\frac{1.2*1}{1.0256*10^{-2}}*\left(\frac{256.4^2}{2*972.9}\right)=3641\ \text{Pa}$$

حساب فيض التدفق في البوابة

$$G_{p,1}=\frac{8}{0.0177}=452\ \ \text{kg/m}^2\text{.s}\qquad G_{p,2}=\frac{12}{0.0177}=679\ \ \text{kg/m}^2\text{.s}$$

فقد الضغط في سريان المائع في فتحات الدخول والخروج

$$\Delta p_{p,1}=1.4*1*\left(\frac{452^2}{2*991.8}\right)=\ 144.6\ \text{Pa}$$

مجموع فقد الضغط للمائع الأول (البارد)

$$\Delta p_{t,1} = \Delta p_{ch,1} + \Delta p_{p,1} = 1953 + 144.6 = 2098 \text{ Pa}$$

وبنفس الطريقة يمكن حساب الفقد في الضغط للمائع الساخن (الثاني) لينتج

$$\Delta p_{p2} = 331.8 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{t,2} = \Delta p_{ch,2} + \Delta p_{p,2} = 3641 + 331.8 = 3973 \text{ Pa}$$

## ١٠,٦ قائمة الرموز ومعانيها

| الرمز | المعنى |
|---|---|
| $A_t$ | المساحة الكلية لانتقال الحرارة [م$^٢$] |
| $A_1$ | مساحة انتقال الحرارة لصفيحة واحدة [م$^٢$] |
| $A_{1p}$ | مساحة انتقال الحرارة المسقطة [م$^٢$] |
| $C_p$ | الحرارة النوعية [جول/كجم.كلفن] |
| $CF$ | عامل النظافة [ ] |
| $C$ | معدل الحرارة النوعية [وات/ م$^o$] |
| $D_e$ | القطر المكافئ [م] |
| $D_h$ | القطر الهيدروليكي [م] |
| $D_p$ | قطر المنفذ لدخول أو خروج المائع [م] |
| $f$ | معامل الخشونة [ ] |
| $K_p$ | متغير لحساب فرق الضغط لمبادل صفيحة و اطار [ ] |
| $k$ | الموصلية الحرارية [وات/م $^o$م] |
| $G_c$ | فيض معدل الكتلة في الممر [كجم/م$^٢$ث] |
| $G_p$ | فيض معدل الكتلة في المنفذ [كجم/م$^٢$ث] |
| $L_c$ | طول المبادل الحراري بعض ضغط الصفائح [م] |
| $L_h$ | طول الصفيحة الأفقي بين مركزي المنفذين [م] |
| $L_p$ | طول الصفيحة العامودي [م]، |
| $L_v$ | طول الصفيحة العامودي بين مركزي المنفذين [م] |
| $L_w$ | طول الصفية الأفقي [م] |
| $L_{eff}$ | طول مسار المائع العامودي [م]، تقريبا يساوي $L_v$، |
| $\dot{m}$ | معدل السريان [كجم/ث] |
| $N_{cp}$ | عدد القنوات التي يمر بها الموائع لكل مسار [ ] $N_{cp} = (N_t - 1)/2N_p$ |
| $N_e$ | عدد الصفائح المؤثر [ ]، $N_e=N_t-2$ |
| $N_p$ | عدد المسارات [ ] |
| $N_t$ | العدد الكلي للصفائح [ ] |

| | |
|---|---|
| $NTU$ | عدد وحدات انتقال الحرارة [ ] |
| $p$ | المسافة بين صفيحة وأخرى [م] |
| $p_c$ | المسافة الأفقية بين قناة وأخرى [م] |
| Pr | رقم برانتل [ ] |
| $P_w$ | المحيط المبتل [م] |
| $q$ | معدل كمية الحرارة [وات] |
| $R''_{ft}$ | المقاومة الحرارية الكلية بسبب الترسبات على أسطح المبادل الحراري [م$^2$.°/وات] |
| $R''_{f1}$ | المقاومة الحرارية جهة المائع الأول بسبب الترسبات على سطح المبادل الحراري جهة المائع الأول [م$^2$.°/وات] |
| $R_{f2}$ | المقاومة الحرارية جهة المائع الثاني بسبب الترسبات على سطح المبادل الحراري جهة المائع الثاني [م$^2$.°/وات] |
| $t$ | سمك الصفيحة [م] |
| $U$ | معامل انتقال الحرارة الكلي للمبادل الحراري [وات/م$^2$ °م] |

## الحروف الإغريقية

| الرمز | المعنى |
|---|---|
| $\beta$ | زاوية شفرون [ درجة] |
| $\gamma$ | نسبة عرض قناة المائع إلى المسافة المركزية بين قناتين $2b/P_c$ |
| $\Delta p_c$ | فقد الضغط في القناة [ باسكال] |
| $\Delta p_p$ | فقد الضغط في البوابة [ باسكال] |
| $\Delta p_t$ | مجموع فقد الضغط [ باسكال] |
| $\rho$ | الكثافة [كجم/م$^3$] |
| $\varphi$ | معامل التكبير [ ] |
| $\mu$ | اللزوجة [باسكال–ثانية] |

## التذييل

| الرمز | المعنى | الرمز | المعنى |
|---|---|---|---|
| $f$ | لمبادل حراري متسخ | $h$ | للمائع الساخن |
| $c$ | للمائع البارد | $max$ | الأقصى |
| $ch$ | قناة | $w$ | على الجدار |
| $p$ | البوابة | | |

## ١٠,٧ قائمة المراجع

1-Alfa laval company, Plate heat exchangers, product catalogue, Accessed Jan, 2022, https://www.alfalaval.com/

2. Kakac, Sidik, Hongtan Lie and Anchasa Parmuanjaroenkj, Heat exchangers: Selection, Rating and Thermal Design. CRC press, Fourth Edition, 2020.

3-Sonflow company, Plate heat exchangers, https://sonflow.eu/, accessed Jan 18, 2022.

4-Fábio A.S., E.P. Carvalho and A. S. S. Ravagnani, Modeling and Design of plate heat exchanger, http://dx.doi.org/10.5772/60885, https://www.intechopen.com/chapters/48647, 2015

5-Wang, L, B. Sunden and R. M. Manglik, Plate Heat Exchangers: Design, Applications, and Performance, WIT press, http://library.wetpress.com, 2007

6-www.tranter.com, accessed March 10, 2022.

7-https://www.pngegg.com/en/png-mvjwm, accessed Jan 19, 2022.

8-Thulukkanam, K., Heat Exchanger Design Handbook, 2nd edition, Ch. 7, CRC Press, Taypor & Frances Group, 2013.

9-Raju, K.S.N, and J. C. Bansal, Plate Heat Exchangers and their Performance, in Low Reynolds number flow heat exchangers, edited by S. Kakac, R.K. Shah, and A. E. Bergles, Hemisphere Publishing Corporation, pp. 889-912 1983.

10- Raju, K.S.N, and J. C. Bansal, Design of Plate Heat Exchangers, in Low Reynolds number flow heat exchangers, edited by S. Kakac, R.K. Shah, and A. E. Bergles, Hemisphere Publishing Corporation, pp. 913-932, 1983.

11-Hewitt, G. F, G. L. Shires and T. R. Bott, Process Heat Transfer, CRC Press, Ch. 8, Plate Heat Exchangers, 1994.

12- Shah, R. K. and D. P. Sekulic, Fundamentals of Heat Exchanger Design, John Wiley and Sons, Inc., 2003

## ١٠,٨ مسائل

١- مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار معلوماته وأبعاده الهندسية كما هي في الجدول الآتي:

| رقم | المتغير | القيمة |
|---|---|---|
| ١ | زاوي شفرون $\beta$ | 45º |
| ٢ | $L_v$ | 1.0 m |
| ٣ | $L_h$ | 0.5 m |
| ٤ | $D_p$ | 0.15 m |
| ٥ | $b$ | 3 mm |
| ٦ | $t$ | 0.6 mm |
| ٧ | $\varphi$ | 1.2 |
| ٨ | $k_p$ | 30 W/m.ºC |
| ٩ | $N_t$ | 47 |
| ١٠ | $R''_{ft}$ | 0.0001 $m^2$.ºC/W |

يمر ماء بتدفق ٥ كجم/ث ودرجة حرارة ٨٥ °م في المبادل الحراري، وفي الجهة الأخرى يمر أيضا ماء بتدفق ٦ كجم/ث ودرجة حرارة ٢٥ درجة مئوية. احسب كمية الحرارة المنتقلة في هذا المبادل الحراري، ودرجة حرارة خروج الماء الساخن والماء البارد. وكذلك فقد الضغط للمائعين مع فرض أن كل من المائعين له مسار واحد ($N_p$=1).

٢- أعد حل السؤال رقم (١) على فرض مسارين لكل مائع ($N_p$=2) بدلا من مسار واحد. قم بإعداد جدول يبين مقارنة بين معدل كمية الحرارة المنتقلة ودرجات الحرارة الخارجة ومعامل انتقال الحرارة الكلي، وكذلك فقد الضغط في المسارين للحالتين مسار واحد ومسارين. يمكن الاستعانة بالجدول الآتي:

| م | المتغير | مسار واحد لكلا المائعين ($N_p$=1) | مسارين لكل مائع ($N_p$=2) |
|---|---|---|---|
| ١ | $Re_h$ | | |
| ٢ | $h_c$ | | |
| ٣ | $Re_c$ | | |
| ٤ | $h_c$ | | |
| ٥ | $U_f$ | | |
| ٦ | $NTU$ | | |
| ٧ | $\varepsilon$ | | |
| ٨ | $q$ | | |
| ٩ | $T_{co}$ | | |
| ١٠ | $T_{ho}$ | | |
| ١١ | $\Delta p_h$ | | |
| ١٢ | $\Delta p_c$ | | |

٣- أعد حل السؤال رقم (١) على فرض أن زاوية شفرون تكون ٣٠ º بدلا من ٤٥ º. قم بإعداد جدول يبين مقارنة بين معدل كمية الحرارة المنتقلة ودرجات الحرارة الخارجة ومعامل انتقال الحرارة الكلي، وكذلك فقد الضغط في المسارين للحالتين لزاوية شفرون ٤٥ º و٣٠ º.

٤- أعد حل السؤال رقم (١) على فرض أن زاوية شفرون تكون ٦٠ º بدلا من ٤٥ º. قم بإعداد جدول يبين مقارنة بين معدل كمية الحرارة المنتقلة ودرجات الحرارة الخارجة ومعامل انتقال الحرارة الكلي، وكذلك فقد الضغط في المسارين للحالتين لزاوية شفرون ٤٥ º و٦٠ º.

٥- أعد حل السؤال رقم (١) على فرض أن عدد الصفائح زاد بمقدار ٢٠٪ (أي اصبح عدد الصفائح ٥٧ صفيحة بدلا من ٤٧ صفيحة). قم بإعداد جدول يبين مقارنة بين معدل كمية الحرارة المنتقلة ودرجات الحرارة الخارجة ومعامل انتقال الحرارة الكلي وكذلك فقد الضغط في المسارين للحالتين ٥٧ و ٤٧ صفيحة مع فرض واحد مسار لكلا المائعين.

٦- أعد حل السؤال رقم (١) على فرض أن نصف المسافة بين الصفيحتين $b$ أصبحت ٦مم بدلا من ٣ مم. قم بإعداد جدول يبين مقارنة بين معدل كمية الحرارة المنتقلة ودرجات الحرارة الخارجة ومعامل انتقال الحرارة الكلي، وكذلك فقد الضغط في المسارين للحالتين $b$=3mm و $b$=6 mm.

٧- يُراد معرفة عدد الصفائح اللازمة $N_t$ من مبادل حراري من نوع صفيحة وإطار ليقوم بتبريد ماء يدخل بتدفق ٥ كجم/ث ودرجة حرارة ٨٥ درجة مئوية إلى درجة حرارة ٣٦ درجة مئوية باستخدام ماء بارد يتدفق بمعدل ٦ كجم/ث ودرجة حرارة دخول مقدارها ٢٠ درجة.

معلومات إضافية عن المبادل الحراري كالآتي

| $L_v$ | $L_w$ | $D_b$ | $\beta$ | $b$ | $\varphi$ | $k_p$ | $N_p$ | $t$ | $R''_{ft}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 m | 0.5 m | 0.15 m | 45º | 3.5 mm | 1.18 | 25 | 1 | 0.6 mm | 0.0001 |

احسب مساحة انتقال الحرارة المطلوبة وكذلك عدد الصفائح من هذا النوع. لخص نتائج الحسابات في جدول لتشمل رقم رينولدز، معامل انتقال الحرارة، فقد الضغط لكل مسار.

٨- أعد حل السؤال رقم (٧) على فرض أن لكل مائع مساران بدلا من مسار واحد ($N_p$=2). لخص نتائج الحسابات في جدول مع عمل مقارنة مع نتائج حل السؤال رقم (٧).

٩- أعد حل السؤال رقم (٧) على فرض أن زاوية شفرون تساوي ٦٠ ° بدلًا من ٤٥ °، لخص نتائج الحسابات في جدول مع عمل مقارنة مع نتائج حل السؤال رقم (٧).

١٠,١٠ أعد حل السؤال رقم (٧) على فرض أن المسافة $b$ تساوي ٥,٥ مم بدلًا من ٣,٥ مم، لخص نتائج الحسابات في جدول مع عمل مقارنة مع نتائج حل السؤال رقم (٧).